

ЗАДАНИЯ ОЧНОГО ТУРА (НЕСКОЛЬКО ПОДХОДОВ)

1. Разложить на сомножители:

$$a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b).$$

2. Определить расстояние между скрещивающимися ребрами тетраэдра, если длина ребра равна a .

3. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{(x-1)^2 + y^2} + \sqrt{(x+1)^2 + y^2} = 2 \\ x^2 + y^2 = \sin^2 x \end{cases}$$

4. Решить уравнение

$$8\cos^2 4x + 4\cos 2x \cdot \cos 4x - \sin^2 2x + 4\cos 4x \cdot \sin \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2} - 16 = 0$$

5. В пространстве произвольным образом расположены прямоугольник $ABCD$ и точка M . Доказать, что справедливы равенства:

$$1) \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD}; \quad 2) \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MC}^2 = \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MD}^2.$$